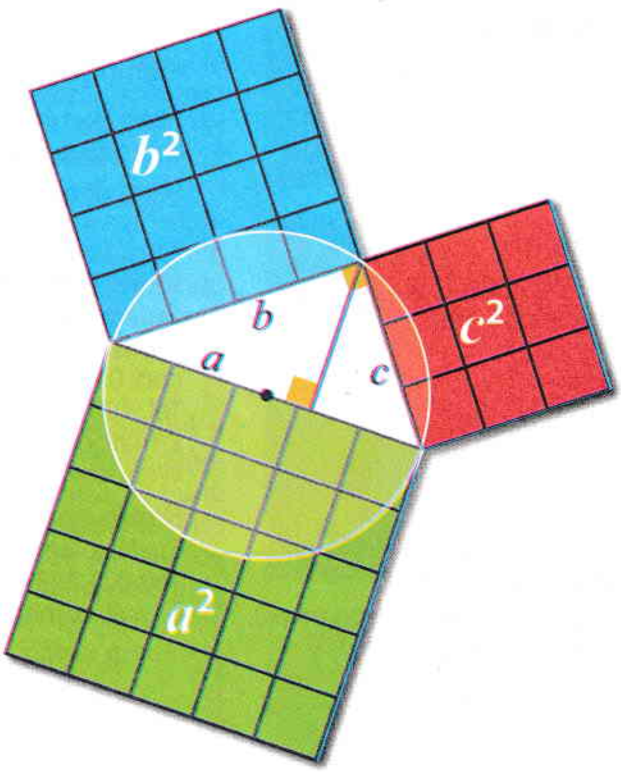
Ministerul Educației și Cercetării

Mihaela Singer Sorin Borodi Vlad Copil Emilia Iancu
Maria Popescu Vicențiu Rusu Cristian Voica

MATEMATICĂ

Manual pentru clasa a VII-a



SIGMA

Cuprins

Competențe generale
Competențe specifice

- **C.G. 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar**

Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui R. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame. Identificarea patrulaterelor particulare în configurații geometrice date. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date. Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată

- **C.G. 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural cuprinse în diverse surse informaționale**

Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora. Descrierea patrulaterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc. Stabilirea relației de asemănare între triunghiuri. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia

- **C.G. 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice**

Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora. Utilizarea proprietăților patrulaterelor în rezolvarea unor probleme. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic

- **C.G. 4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată**

Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers). Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unor figuri geometrice folosind asemănarea. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic

- **C.G. 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date**

Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice. Interpretarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic.

- **C.G. 6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii**

Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic). Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere . Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic.

Proiect

Algebră și geometrie pe rețeaua cu pătrățele

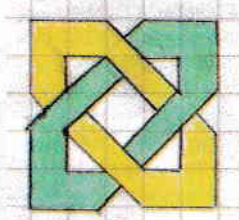
Plan de lucru

✔ **Materiale necesare:** coli dintr-un caiet de matematică, riglă, creioane colorate.
✔ **Scop:** Veți realiza desene interesante trasând segmente de lungimi date și veți determina lungimile unor segmente.

Realizarea proiectului

Lucrați în echipe de câte trei, patru sau cinci colegi!

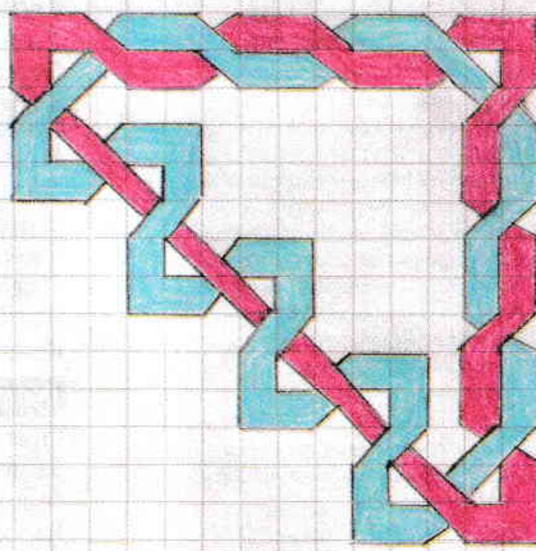
✔ Realizați, pe hârtie cu pătrățele, folosind creioane colorate, modele asemănătoare celor alăturate, compuse din „împletituri".



✔ Atașați o fișă cu exerciții, în care:
- exprimați lungimea fiecărui „lanț" (linie frântă închisă) din modelele realizate;
- aproximați convenabil această lungime;
- explicați modul în care ați realizat calculele.

✔ Valorificați în proiectul vostru exercițiile notate cu . Acolo veți avea de calculat lungimile unor segmente prin noi metode învățate. Folosiți în modelele voastre segmente care au lungimea obținută în aceste exerciții.

✔ Reuniți toate materialele realizate într-un poster.



Pentru început:

✔ Copiați pe caiete imaginea alăturată (observând cu atenție modul în care a fost realizat desenul).

✔ Calculați lungimea totală a segmentelor orizontale și verticale care mărginesc „lanțul" de culoare roșie.

Interacțiune

În cadrul echipei:

✔ Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile între membri.
✔ Fiecare rezolvă propria sarcină, dar colaborează și cu ceilalți pentru a obține la final un produs foarte bun al întregii echipe.
✔ Discutați și stabiliți forma finală a posterului pe care aplicați toate materialele realizate.

Prezentare

Lucrați cu toată clasa!

✔ Expuneți posterele realizate.
✔ Fiecare echipă va evalua posterele celorlalte echipe.
- Alegeți prin vot posterul care v-a plăcut cel mai mult.
- Atenție! Nicio echipă nu votează propriul poster.

✔ Stabiliți clasamentul final, totalizând punctele propuse de fiecare echipă.

Timp de lucru: 50 minute

Rezolvând exercițiile următoare, îți vei aminti noțiuni și rezultate necesare pentru parcurgerea acestei Unități de învățare. Fiecare problemă propusă valorează 1 punct. Se acordă 1 punct din oficiu.

I. *Scrie pe foaia de rezolvare cuvintele sau rezultatele care, înscrise în spațiile punctate, formează enunțuri adevărate.*

Unități de măsură; transformări

1. Completează pe caietul tău răspunsurile corecte!
a) 3,4 m = ... cm; **b)** 250 dm^2 = ... m^2.

Operații cu numere raționale

2. Calculează:
a) $1{,}2 + 3{,}56 = ...$; **b)** $2{,}4 \times 0{,}6 = ...$; **c)** $8{,}25 : 1{,}5$; **d)** $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = ...$;
e) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4}$; **f)** $\frac{2}{5} : \frac{3}{10}$; **g)** $3009 - 109 = ...$; **h)** $5 \cdot (-7) = ...$.

Numere prime

3. Valoarea de adevăr a enunțului *„Toate numerele din lista următoare sunt numere prime: 13; 23; 43; 53; 73; 83."* este ...

II. *Scrie pe foaia de rezolvare litera corespunzătoare răspunsului corect pentru următoarele exerciții:*

Compararea numerelor raționale

4. Cel mai mare dintre numerele −3,45; 2,2(32); 1; −12; 2,233 este:
A. −12; **B.** 2,233; **C.** 2,2(32); **D.** −3,45.

Divizibilitate

5. Cifra unităților scrisă în locul marcat cu □, pentru ca numărul $\overline{402\square}$ să devină divizibil cu 9 este:
A. 10; **B.** 9; **C.** 8; **D.** 3.

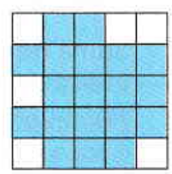
Metode de rezolvare a problemelor

6. Geo a ales un număr. După ce l-a înmulțit cu 3 și a adunat rezultatul cu 5, a obținut 13,16. Numărul ales de Geo este:
A. 2,64; **B.** 3,72; **C.** 2,72; **D.** 6,02.

III. *Scrie pe foaia de rezolvare soluțiile complete ale exercițiilor următoare:*

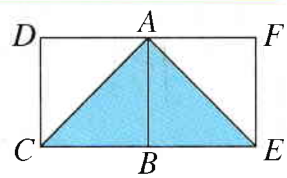
Arii

7. Calculează aria figurii colorate din imagine, folosind ca unitate de măsură pătrățelele din rețea. Procedează în două moduri:
a) află din câte pătrățele este formată figura;
b) numără câte pătrățele sunt în afara figurii.



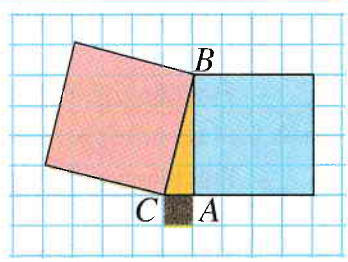
Proprietăți ale triunghiurilor

8. În figura alăturată, $ABCD$ și $ABEF$ sunt pătrate.
a) Arată că triunghiurile ABC și ADC sunt congruente.
b) Demonstrează că triunghiul ACE este triunghi dreptunghic isoscel.



Teorema lui Pitagora

9. Pe o foaie cu pătrățele a fost desenat triunghiul dreptunghic ABC și câte un pătrat pe fiecare dintre laturile acestuia, ca în figura alăturată.
a) Calculează ariile pătratelor desenate pe catetele AB și AC, știind că pătrățelele au latura de 0,5 cm.
b) Calculează aria pătratului desenat pe ipotenuza BC.
c) Scrie relația dintre ariile calculate la **a)** și cea calculată la **b)**.



Dacă ai obținut mai puțin de jumătate din punctaj la acest test, este util să revezi definițiile și proprietățile conceptelor menționate mai sus, pentru a înțelege mai bine ceea ce urmează.

Lecția 1 Numere naturale; numere raționale; descompuneri

O situație-problemă

Matei are cărți cu grosimi diferite: 1,8 cm sau 2,5 cm sau 2 cm. El vrea să construiască un raft cu trei polițe astfel încât pe fiecare poliță să așeze cărți de aceeași grosime. Care este cea mai mică lungime a raftului dacă fiecare poliță va fi umplută cu cărți? Câte cărți de fiecare grosime încap pe o poliță a raftului?

Rezolvare:

Cărțile au grosimi, exprimate în milimetri, de: 18, 25 și 20. Lungimea raftului trebuie să fie un multiplu comun al acestor numere. Cel mai mic multiplu comun este $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$.

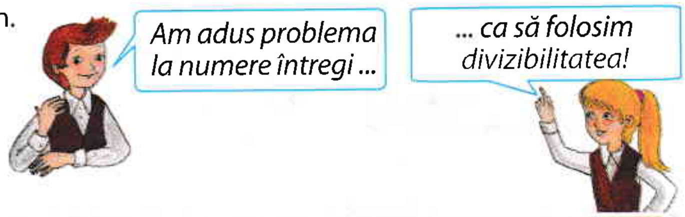
Așadar, lungimea raftului este de 900 mm = 90 cm.

Numărul cărților de fiecare fel de pe raft:

900 : 18 = 50 (cărți cu grosimea de 1,8 cm)

900 : 25 = 36 (cărți cu grosimea de 2,5 cm)

900 : 20 = 45 (cărți cu grosimea de 2 cm).

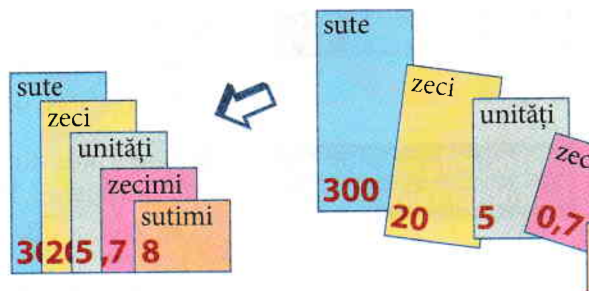


Vrem să știm! Ce moduri de scriere ale unui număr rațional sunt utile în rezolvarea problemelor?

Ne amintim ...

- Numerele naturale sau zecimale se reprezintă în baza 10 utilizând cifrele 0, 1, ... , 9.

  Exemplu: În scrierea numărului 325,78, cifra 2 indică numărul zecilor, iar cifra 8 indică numărul sutimilor.
  Numărul 325,78 trebuie înțeles ca:



  $325{,}78 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2}$,

  unde $10^{-1} = \dfrac{1}{10}$ și $10^{-2} = \dfrac{1}{100}$.

  Suma de mai sus se numește scrierea numărului 325,78 în baza 10. Scrierea în baza 10 a unui număr indică descompunerea acestuia ca o ***sumă*** de puteri ale lui 10.

  Exemplu: $20\,015{,}038 = 2 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3} =$
  $= 20\,000 + 10 + 5 + 0{,}03 + 0{,}008$

- Orice număr natural se poate scrie ca ***produs*** de numere prime.

  Exemple: $234 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$
  $468 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 13$
  $3072 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^{10} \cdot 3$

  $$\begin{array}{r|l} 234 & 2 \\ 117 & 3 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

- Numerele raționale se pot scrie în două forme echivalente: cu ajutorul virgulei (reprezentare zecimală) sau cu ajutorul liniei de fracție (reprezentare fracționară).

  Exemple:
  - Fracțiile zecimale finite: $0{,}7 = \dfrac{7}{10}$, $2{,}75 = 2 + \dfrac{75}{100} = \dfrac{275^{(25}}{100} = \dfrac{11}{4}$
  - Fracțiile zecimale periodice simple: $0,(1) = \dfrac{1}{9}$, $1,(34) = 1\dfrac{34}{99} = \dfrac{133}{99}$ sau $1,(34) = \dfrac{134 - 1}{99} = \dfrac{133}{99}$
  - Fracțiile zecimale periodice mixte: $0{,}4(1) = \dfrac{41 - 4}{90} = \dfrac{37}{90}$, $2{,}3(16) = 2\dfrac{316 - 3}{990} = 2\dfrac{313}{990} = \dfrac{2293}{990}$.

Exprimare orală Reformulează regula de transformare pentru fiecare caz în parte.

Problemă rezolvată / Rezolvări comparative

Află câți divizori naturali are numărul 24.

Geo, Ana și Liza au rezolvat problema în moduri diferite.

Geo:

Am scris numerele de la 1 la 24 și am subliniat divizorii lui 24.

<u>1</u> <u>2</u> <u>3</u> <u>4</u> 5 <u>6</u> 7 <u>8</u> 9
10 11 <u>12</u> 13 14 15
16 17 18 19 20 21
22 23 <u>24</u>.

Deci, 24 are 8 divizori.

Ana:

Am căutat cei mai mici divizori ai numărului 24 și i-am asociat cu câtul împărțirii lui 24 la fiecare dintre acești divizori:

1 și 24; 2 și 12;
3 și 8; 4 și 6.

În concluzie, 24 are 8 divizori.

Liza:

Am folosit descompunerea în factori: $24 = 2^3 \cdot 3$.
Un divizor al lui 24 este de forma: $2^a \cdot 3^b$, unde $a \in \{0, 1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 1\}$.
Pentru că a poate lua 4 valori și b poate lua 2 valori, numărul $2^a \cdot 3^b$ poate lua 8 valori.
De aceea, 24 are 8 divizori.

Exprimare orală Care rezolvare ți se pare mai rapidă? Dar mai interesantă? Justifică răspunsurile!

Probleme propuse

1

1. Scrie toate numerele naturale de la 10 la 30 și subliniază numerele prime.

2. Scoate întregii din fracțiile: $\frac{15}{7}$; $\frac{20}{3}$; $\frac{31}{5}$.

3. **a)** Scrie în formă zecimală numerele raționale: $\frac{5}{4}$; $\frac{14}{3}$; $\frac{23}{12}$

b) Scrie în formă fracționară numerele raționale: 2,35; 4,(6); 1,2(4).

2

4. Încadrează fiecare dintre numerele $\frac{24}{7}$; $\frac{42}{5}$; $-5{,}23$; $13{,}85$ între doi întregi consecutivi.

Exemplu: $-4 < \mathbf{-3{,}86} < -3$.

5. Descompune ca produs de factori primi numerele: 63; 630; 6300.

6. Scrie numerele din lista de mai jos ca sumă de puteri ale lui 10, conform exemplului următor.
2853; 308; 41,5; 28,06; 3,619; 43,28.

Exemplu: $\mathbf{375} = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5$;
$\mathbf{42{,}96} = 4 \cdot 10 + 2 + 9 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2}$.

3

7. Mati a descompus numărul 1050 ca produs de factori primi și a obținut egalitatea:

$$1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7.$$

Folosește rezultatul lui Mati și descompune în factori primi: 10500; 2100; 3150.

8. Descompunem numărul 3,45 astfel:

$$3{,}45 = 3 + 0{,}45.$$

În această scriere, 3 este *partea întreagă*, iar 0,45 este *partea fracționară* a numărului 3,45. Procedează la fel pentru a descompune numerele $\frac{15}{4}$; $\frac{39}{26}$.

9. Află numărul de divizori naturali ai lui 180.

10. Ema poate ghici o cifră, fără să cunoască numerele folosite în operații! Iată un exemplu!

Ema: – Scrie un număr natural fără să mi-l arăți!
Dan: – (A scris 2195)
Ema: – Schimbă ordinea cifrelor!
Dan: – (A scris 9512)
Ema: – Scade numerele, șterge o cifră din rezultat și spune-mi numărul obținut!
Dan: – 737!
Ema: – Ai șters cifra 1!

Cum a aflat Ema cifra ștearsă de Dan?

4

11. **a)** Este cunoscut faptul că orice număr natural se poate scrie ca o sumă de puteri diferite ale lui 2. Scrie în acest fel fiecare dintre numerele 18, 25 și 47.

b) Este adevărat faptul că orice număr natural se poate scrie ca o sumă de puteri diferite ale lui 3?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Descompune ca produs de factori primi numărul 50.

B Încadrează numărul $\frac{402}{5}$ între doi întregi consecutivi.

C Află toate numerele naturale de forma $\overline{2a7b}$ divizibile cu 90.

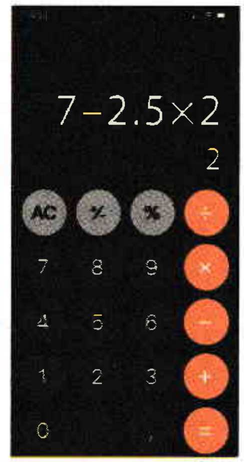
Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale. Operații inverse

O situație-problemă

Geo a folosit un laptop și Ema calculatorul de pe telefonul mobil, pentru a efectua câteva operații aritmetice. Ei au apăsat tastele indicate în continuare:

7 – 2 . 5 * 2 =

Deși au apăsat aceleași taste, în aceeași ordine, Geo și Ema au obținut, la final, rezultate diferite: 9, respectiv 2. Au greșit elevii ceva? Este defect laptopul sau telefonul mobil?



Numerele introduse de la tastatură sunt 7; 2,5 și 2...

...iar operațiile efectuate sunt scădere și înmulțire.

Vrem să știm! Care este ordinea corectă de efectuare a operațiilor aritmetice? Ce legături există între operații?

Rezolvăm situația-problemă!

Calculatorul de pe telefon era setat pe modul științific, iar celălalt calculator a efectuat, de fapt $7-2{,}5\cdot 2$ și nu $(7-2{,}5)\cdot 2$.

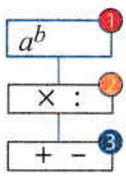
Parantezele schimbă prioritatea în calcul!

Ne amintim ...

- **Reguli de prioritate în calcul**

Se efectuează, în ordine:

- 1 ridicările la putere,
  2 înmulțirile sau împărțirile,
  3 adunările sau scăderile.



$60-4^3\cdot 0{,}5=60-64\cdot 0{,}5=60-32=28$

- 1 operațiile din parantezele rotunde,
  2 cele din parantezele drepte,
  3 cele din acolade.

$7+2\cdot\{1+2\cdot[3+4\cdot(6-5)]\}=37$

- **Legături între operațiile aritmetice**

Adunarea și scăderea sunt operații inverse una celeilalte.

Exemplu:

$2{,}4 \xrightarrow{+1{,}3} 3{,}7 \xrightarrow{-1{,}3} 2{,}4$

$\frac{1}{2} \xrightarrow{-\frac{2}{3}} -\frac{1}{6} \xrightarrow{+\frac{2}{3}} \frac{1}{2}$

Înmulțirea și împărțirea (cu factori nenuli) sunt operații inverse una celeilalte.

Exemplu:

$5{,}2 \xrightarrow{\times 1.5} 7{,}8 \xrightarrow{:1{,}5} 5{,}2$

$\frac{2}{5} \xrightarrow{:\frac{2}{3}} \frac{3}{5} \xrightarrow{\times\frac{2}{3}} \frac{2}{5}$

Observă fiecare dintre schemele de mai sus. Gândește-te și explică funcționarea fiecăreia. **Gândim critic și constructiv!**

Problemă rezolvată / Rezolvări comparative

Pe calculatorul său de buzunar, Geo a scris un număr, apoi a efectuat mai multe operații, descrise în schema alăturată.

$$\boxed{?} \xrightarrow{+3,5} \boxed{?} \xrightarrow{\times 0,4} \boxed{1,88}$$

Colegii lui Geo au încercat să afle numărul cu care a început Geo calculele. Iată rezolvările lor:

Tic: Am efectuat operațiile în ordine inversă!

$$\boxed{1,2} \xleftarrow{-3,5} \boxed{4,7} \xleftarrow{:0,4} \boxed{1,88}$$

Ana: Am folosit o ecuație.

Am notat cu x numărul inițial. Avem:

$(x + 3,5)\cdot 0,4 = 1,88$

$x + 3,5 = 1,88 : 0,4$

$x = 4,7 - 3,5$

$x = 1,2$

Exprimare orală De ce crezi că a utilizat Ana paranteze pentru a scrie ecuația asociată problemei? Care rezolvare ți se pare mai interesantă? De ce?

Probleme propuse

1. Efectuează:

a) $1,4 - 4,58$; $0,5\cdot 1,3$; $2,96 : 0,4$;

b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$; $\frac{5}{3} - \frac{7}{2}$; $\frac{12}{5}\cdot\frac{15}{16}$; $\frac{-1}{6} : \frac{2}{9}$.

2. Calculează: $1,(2) + 0,3(8)$; $2,7\cdot 0,(3)$; $5,(4) : 0,(7)$.

3. Alege răspunsul corect! $2,5 + 1,5\cdot 3 = ...$

A. 12; **B.** 6; **C.** 7; **D.** 9.

4. Dan și Ema au interpretat schema

$$\boxed{1,5} \xrightarrow{+2} \boxed{?} \xrightarrow{\times 3} \boxed{?}$$

astfel: Dan: $(1,5 + 2)\cdot 3 =$

Ema: $1,5 + 2\cdot 3 =$

Cine are dreptate?

Efectuează calculele în ambele cazuri.

5. Ce arie are un pătrat cu perimetrul de 7 m?

6. Calculează aria unui display în formă de pătrat cu latura de 2,5 dm.

7. Calculează $(1,6 + 4,3)^2$, apoi $1,6^2 + 4,3^2$. Explică de ce se obțin rezultate diferite.

8. Calculează aria și perimetrul figurii verzi știind că latura rețelei este de 0,5 cm.

9. O fereastră dreptunghiulară are lungimea de 2,3 m și lățimea de 1,8 m. Calculează perimetrul și aria ferestrei.

10. Află cel mai mic număr natural, nenul n, pentru care numărul $48\cdot n$ este pătrat perfect.

11. Demonstrează că există 100 de numere naturale consecutive, printre care nu se găsesc pătrate perfecte.

12. Arată că numărul $2^{308}\cdot 3^{462}$ este pătrat perfect, dar numărul $2^{491}\cdot 3^{186}$ nu este pătrat perfect.

13. În exercițiul: $2 - 2\cdot 3 + 4 : 5$, folosește o singură dată paranteze, pentru ca rezultatul să devină:

a) pozitiv; **b)** negativ.

14. Numărul natural P, de n cifre, nu toate egale, are următoarea proprietate: dacă schimbăm într-un anumit mod ordinea cifrelor sale, obținem numărul natural Q cu proprietatea: $P + Q = \underbrace{99\ldots9}_{n \text{ cifre}}$.

a) Găsește un astfel de număr P pentru $n = 6$.

b) Arată că numărul n de cifre ale lui P este număr par.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Un triunghi echilateral cu latura de 1,2 m are același perimetru cu al unui pătrat. Cât este aria pătratului?

B Aria unei table dreptunghiulare este 12 m², iar una dintre laturi măsoară 2,5 m. Află perimetrul dreptunghiului.

C Calculează:

$1 - (1 - (1 - \ldots - (1 - 1)\ldots))$

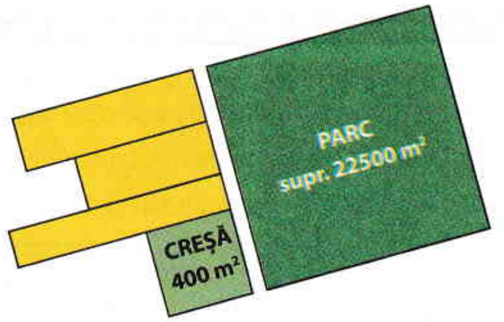
(sunt 100 de paranteze deschise și 100 de paranteze închise).

Lecția 3 Rădăcina pătrată dintr-un număr pătrat perfect

O situație-problemă

Planul urbanistic zonal prevede construirea în cartierul Anei a unei creșe pe o suprafață de 400 m^2. Care este lungimea laturii terenului pe care se construiește creșa?

Rezolv prin încercări:
$10^2 = 100$, iar $20^2 = 400$.
Deci terenul are latura de 20 m.



Vrem să știm! Cum aflăm lungimea laturii unui pătrat, atunci când cunoaștem aria acestuia?

Să comparăm!

Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc problemele următoare?

A. Terenul de sport are formă de pătrat, cu latura de 30 m. Ce arie are terenul de sport?

Rezolvare:
Notăm cu A aria terenului.
Atunci: $A = 30^2 = 900$.
Deci aria terenului este de 900 m^2.

B. O placă de gresie de formă pătrată are aria de 900 cm^2. Ce lungime are latura plăcii?

Rezolvare:
Notăm cu L lungimea laturii plăcii.
Atunci: $L^2 = 900$; $L^2 = 30^2$; $L = 30$.
Deci placa de gresie are latura de 30 cm.

Observăm și definim!

Numărul 30 este soluție a ecuației $L^2 = 30^2$, cu necunoscuta L. Aceasta este unica soluție *pozitivă* a ecuației date.
Spunem că 30 este rădăcina pătrată a lui 900.

Notăm:	*Citim:*	*Verificăm:*
$\sqrt{900} = 30$	radical din 900 este egal cu 30.	$30 \geq 0$ și $30^2 = 900$.

Extragerea rădăcinii pătrate este operația inversă ridicării la pătrat. $\boxed{900} \xrightarrow{\sqrt{\ }} \boxed{30} \xrightarrow{\square^2} \boxed{900}$

Rezolvăm situația-problemă!

Planul urbanistic zonal prevede construirea în cartierul Anei și a unui parc pe o suprafață de 22 500 m^2. Care este lungimea laturii viitorului parc?
Rezolvare:
Conform definiției de mai sus, lungimea **laturii parcului este** $\sqrt{22\,500}$. Pentru a afla cât este acest număr, descompunem numărul 22 500 în factori primi și evidențiem un pătrat perfect:
$22\,500 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^4 = (2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2)^2$. Numărul căutat este $2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 150$. Verificăm: $150^2 = 22\,500$.

Definiție Dacă a este număr natural, pătrat perfect, numărul natural n pentru care $a = n^2$ se numește rădăcina pătrată a lui a. Scriem: $n = \sqrt{a}$.

Extindem ...

Se poate calcula rădăcina pătrată a unui număr care nu este număr natural?

$\sqrt{2,25} = ?$

Putem gândi astfel: Un teren de formă pătrată are aria de 2,25 hm^2. Avem 2,25 hm^2 = 22 500 m^2.
Latura terenului măsoară $\sqrt{22\,500} = 150$ (metri), adică 1,5 hm. Așadar: $\sqrt{2,25} = 1,5$.

Evaluăm nivelul de bază

1. Scrie numărul 36 ca un produs de doi factori:
   a) egali;
   b) diferiți.
2. $\sqrt{36} = ?$
3. *Adevărat sau fals?* $\sqrt{64} = 32$.

Problemă rezolvată

Geamul unui tablou de formă pătrată are aria de 49 dm^2. Ce lungime minimă are șipca din care se confecționează rama tabloului?

Rezolvare:

Calculăm lungimea uneia dintre laturile tabloului: $L = \sqrt{49} = 7$ dm.

Lungimea minimă a ramei tabloului este egală cu perimetrul acestuia, adică $4 \cdot 7$ dm = 28 dm.

Gândim critic și constructiv!

- De ce crezi că, în problema de mai sus, se cere lungimea *minimă* a ramei?
- Putem aplica același procedeu pentru a calcula lungimea minimă a ramei unui tablou dreptunghiular când cunoaștem aria acestuia?

Probleme propuse

1. Calculează:

a) $28{,}2 \cdot 2{,}14$; **b)** $2{,}0 \cdot 1{,}24$; **c)** $0{,}13^3$; **d)** $0{,}4^5$; **e)** $0{,}1^2$; **f)** $2{,}3^2$; **g)** $1{,}5^2$; **h)** $3{,}2^3$; **i)** $10{,}3^3$.

2. Calculează:

a) $0{,}5 \cdot \frac{4}{5}$; **b)** $2\frac{1}{5} \cdot 0{,}75$; **c)** $1{,}25 \cdot 4 \cdot \frac{2}{5}$.

3. Care dintre numerele următoare sunt pătrate perfecte? De ce?

$2 \cdot 5$; $3^2 \cdot 5^2$; $2^4 \cdot 5^2$; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^4$; 100^0; $(7 \cdot 11)^2$.

4. Calculează: $\sqrt{16}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{256}$.

5. Arată că numărul $a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 6^3$ este pătrat perfect, apoi calculează $\sqrt{a}$.

6. Descompune în factori primi, apoi află rădăcina pătrată a numerelor care sunt pătrate perfecte: 3600; 288; 1250; 1125; 432; 8100; 1764.

7. Care dintre propozițiile următoare sunt adevărate?

A. $\sqrt{49} = 7$; **B.** $\sqrt{36} = 18$; **C.** $\sqrt{25} = -5$; **D.** $\sqrt{1} = 0$.

8. Calculează:

a) $5 - 0{,}5^3$; **b)** $5^3 - 0{,}5$; **c)** $5 + 0{,}5^3$; **d)** $0{,}5^3 \cdot 5$; **e)** $5^3 \cdot 0{,}5$; **f)** $0{,}5^3 + 5^3$; **g)** $5^3 \cdot 0{,}5^3$; **h)** $5^3 - 0{,}5^3$.

9. Află aria figurii roșii dacă rețeaua are latura de 0,5 cm.

10. O placă de gresie de formă pătrată are latura de 15 cm. Cât este aria plăcii?

11. Perimetrul unui covor de formă pătrată este de 18 m. Ce suprafață acoperă covorul?

12. O grădină de formă pătrată are aria de 1600 ha. Cât este lungimea gardului care înconjoară grădina?

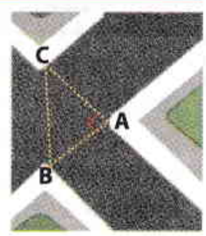
13. Calculează cu două zecimale exacte:

a) 70 : 19; **b)** 15,26 : 13; **c)** 57,8 : 9; **d)** 0,45 : 0,7; **e)** 0,03 : 0,5; **f)** 106,6 : 1,7.

14. Un dreptunghi are dimensiunile de 12 m și 75 m. Calculează lungimea laturii unui pătrat care are aceeași arie cu acest dreptunghi.

15. Lungimile laturilor unui triunghi sunt 10 m, 10 m și 12 m. Calculează aria triunghiului.

16. Pentru intersecția din imagine se știe că $AB = 12$ m, $AC = 16$ m, $AB \perp AC$. Calculează BC.



17. a) Arată că $a \cdot 0{,}25 = a : 4$;

b) Efectuează cât mai simplu: $120 \cdot 0{,}25$; $0{,}25 \cdot 3600$; $4{,}12 \cdot 0{,}25$; $9{,}6 \cdot 0{,}25$.

18. Calculează rădăcina pătrată a numărului: $N = 1 + 2 + 3 + ... + 288$.

19. a) Arată că, după efectuarea calculelor $44 - 8$ și $4444 - 88$, obținem ca rezultate două pătrate perfecte.

b) Calculează $\sqrt{444444 - 888}$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează $\sqrt{36}$ și $\sqrt{81}$.

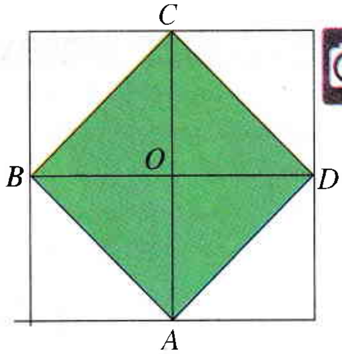
B Calculează $\sqrt{144}$ și $\sqrt{2500}$.

C Determină cifrele a și b dacă $\sqrt{\overline{3ab}} = 19$.

Lecția 4 Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr

O situație-problemă

Tic a desenat figura colorată în verde din imagine, notată $ABCD$, pe un caroiaj de pătrățele cu latura de 1 cm. A îndoit apoi colțurile albe exterioare și a constatat că acestea acoperă perfect figura verde. A ajuns astfel la concluzia că $ABCD$ este un pătrat cu aria de 2 cm^2. Care este lungimea laturii?



Vrem să știm! Cum aproximăm rădăcina pătrată a unui număr care nu este pătrat perfect?

Să analizăm!

În imaginea de mai sus, pătratul $ABCD$ are aria de 2 cm^2. Despre lungimea laturii AB a acestui pătrat putem afirma:

- $AB > AO$ (ipotenuza unui triunghi este mai mare decât oricare dintre catete), deci $AB > 1$ cm;
- $AB < AO + OB$ (o latură a unui triunghi este mai mică decât suma celorlalte două laturi), deci $AB < 2$ cm.

Deducem că $\sqrt{2}$ este un număr cuprins între 1 și 2. Avem $1 < \sqrt{2} < 2$.

Definiție Dacă a este un număr pozitiv, numărul pozitiv b pentru care $a = b^2$ se numește **rădăcina pătrată** a lui a. Scriem: $b = \sqrt{a}$.
Numărul $\sqrt{a}$ este singurul număr pozitiv, al cărui pătrat este egal cu a.

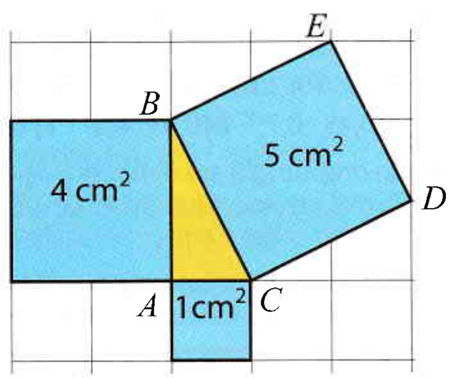
Ne amintim...

Știm că aria pătratului construit pe ipotenuza unui triunghi dreptunghic este egală cu suma ariilor pătratelor construite pe catetele triunghiului.

Pătratul $BCDE$ din figura alăturată are aria de 5 cm^2; de aceea, lungimea segmentului BC este $\sqrt{5}$ cm.

Deoarece $AB < BC < AB + AC$, numărul $\sqrt{5}$ este cuprins între 2 și 3.

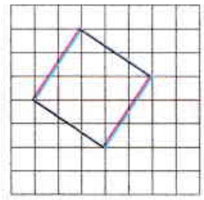
$2 < \sqrt{5} < 3$.



Evaluăm nivelul de bază

1. Care este lungimea laturii dacă aria pătratului este: **a)** 25 cm^2; **b)** 100 cm^2; **c)** 5 cm^2; **d)** 17 cm^2?
2. Încadrează $\sqrt{6}$: **a)** între două numere naturale oarecare; **b)** între două numere naturale consecutive.
3. Avem 4 + 9 = 13. Desenează pătrate de arii 4 și 9 pe catetele unui triunghi dreptunghic și încadrează apoi $\sqrt{13}$ între două numere naturale consecutive.

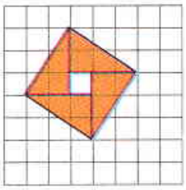
Problemă rezolvată / Rezolvări comparative



Elevii au avut de calculat lungimea laturii pătratului din dreapta, desenat pe o rețea de pătrățele cu latura de 1 cm. Iată două dintre rezolvările lor.

Tic: Calculez mai întâi aria pătratului, prin descompunerea acestuia în părți componente.

Dacă rearanjăm cele 4 triunghiuri dreptunghice colorate pe figură, obținem un dreptunghi cu aria de 12 cm^2. La mijloc, mai apare un pătrat cu latura de 1 cm.



Aria pătratului dat este 13 cm^2. De aceea, lungimea laturii sale este $\sqrt{13}$ cm.

Liza: Conform teoremei lui Pitagora, în triunghiul dreptunghic AOB avem:

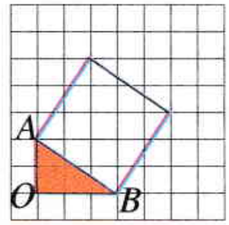
$AB^2 = AO^2 + OB^2$,

$AO = 2$ cm și $OB = 3$ cm.

Deci: $AB^2 = 2^2 + 3^2$

$AB^2 = 13$.

Rezultă $AB = \sqrt{13}$ cm.



Gândim critic și constructiv!

① Ce alte triunghiuri dreptunghice ar fi putut folosi Liza pentru a calcula latura pătratului?

② Încadrează pătratul inițial într-un pătrat mai mare, ale cărui laturi sunt orizontale sau verticale. Folosește această figură pentru a calcula aria, apoi latura pătratului.

Probleme propuse

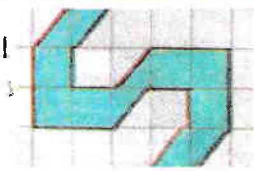
1. Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

a) $\sqrt{6} = 3$; **b)** $\sqrt{25} = 5$; **c)** $\sqrt{3} \geq 1$; **d)** $\sqrt{7} \leq 2$.

2. Alege răspunsul corect! $\left(\sqrt{6}\right)^2 =$

A. 36; **B.** 3; **C.** 12; **D.** 6; **E.** $\sqrt{6}$.

3. Aproximează la un număr întreg de milimetri primetrul figurii albastre, știind că latura rețelei are 5 mm.

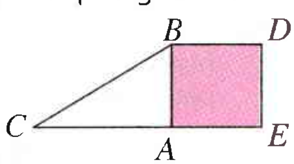


4. Află latura unei etichete pătrate care are aceeași arie ca a unei etichete dreptunghiulare cu laturile de 6 cm și de 2 cm.

5. Cât este aria pătratului cu latura de $\sqrt{7}$ cm?

6. Pe caietul de matematică (în care pătrățelele au latura de 5 mm) construiește un pătrat cu aria de: **a)** 9 cm^2; **b)** 8 cm^2; **c)** 10 cm^2. Care dintre aceste pătrate are latura mai mare? De ce?

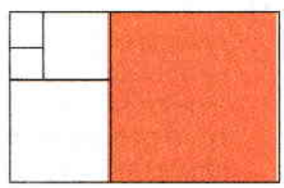
7. Pe cateta AB a triunghiului dreptunghic din imagine a fost construit pătratul $ABDE$.
Dacă $AC = 3$ cm și $BC = 4$ cm, calculează:
a) aria pătratului $ABDE$;
b) lungimea segmentului BD.



8. Dan stă exact în centrul unei curți pătrate cu aria de 18 ari. La câți metri de fiecare colț al curții se află Dan?

9. Ana a luat trei foi pătrate de carton și le-a tăiat în mai multe piese ce formează, prin alăturare, un puzzle de formă pătrată. Foile inițiale au laturile de 4 dm, 6 dm și 9 dm. Cât de mare este latura jocului de puzzle confecționat de Ana?

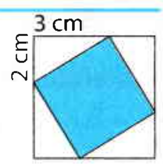
10. Figura din imaginea alăturată a fost obținută din 5 pătrate, așezate după o anumită regulă. **a)** Calculează lungimea laturilor fiecărui pătrat din imagine, știind că aria pătratului colorat pe figură este de 50 cm^2. **b)** Copiază acest desen pe caietul tău și continuă figura, adăugând un nou pătrat, după aceeași regulă. Cât este lungimea laturii pătratului desenat de tine?



Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie pe caietul tău toate numerele din lista de mai jos, cuprinse între 4 și 5: 3,45; 4,5; $\sqrt{7}$; 4,(5); $\sqrt{18}$; $-4,5$; $\sqrt{20,25}$.

B Calculează lungimea laturii pătratului colorat pe figura alăturată.



C Vârfurile unui pătrat cu $l = 10$ cm sunt unite cu mijloacele laturilor opuse. Calculează l_1.